

哈尔滨市第九中学 2020——2021 学年度上学期九月学业阶

段性评价考试高二学年数学学科试卷

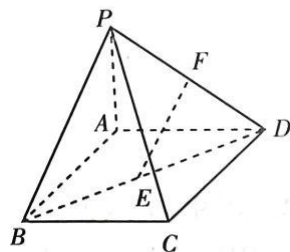
(考试时间: 120 分钟 满分: 150 分)

第 I 卷(选择题 共 60 分)



一、 选择题 (在下列各题的四个选项中, 只有一项是最符合题意的。每小题 5 分, 请将答案填涂在客观题答题卡上)

- 一个正方体的内切球半径和它的外接球的半径的比为()
A. $1:\sqrt{3}$ B. $1:3\sqrt{3}$ C. $1:\sqrt{2}$ D. $1:2\sqrt{2}$
- 已知点 $M(0,-1), N(2,3)$, 直线 l 的斜率为 $-\frac{a}{2}$, 如果 $l \perp MN$, 那么 $a =$ ()
A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $-\frac{5}{2}$
- 如图, 已知 P 为四边形 $ABCD$ 外一点, E, F 分别为 BD, PD 上的点, 若 $EF \parallel$ 平面 PBC , 则 ()
A. $EF \parallel PA$ B. $EF \parallel PB$
C. $EF \parallel PC$ D. 以上均有可能
- 下列命题正确的是 ()
A. 经过三点, 有且只有一个平面
B. 平行于同一直线的两个平面也平行
C. 经过平面外一点有且只有一条直线与已知平面平行
D. 过一点有且只有一条直线垂直于已知平面
- 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为棱 A_1D_1 和棱 C_1D_1 的中点, 则异面直线 AD_1 和 MN 所成的角为 ()
A. 30° B. 45° C. 90° D. 60°
- 半径为 R 的半圆卷成一个圆锥, 它的体积是()
A. $\frac{\sqrt{3}}{24}\pi R^3$ B. $\frac{\sqrt{3}}{8}\pi R^3$ C. $\frac{\sqrt{6}}{24}\pi R^3$ D. $\frac{\sqrt{6}}{8}\pi R^3$



7. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=AD=6, AA_1=4$, 则三棱锥 D_1-AB_1D 的体积为 ()

- A.8 B.12 C.24 D.72

8. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的六个顶点都在球 O 的球面上, 若 $AB=3, AC=4, AB \perp AC$,

$AA_1=12$, 则球 O 的半径为 ()

- A. $\frac{13}{2}$ B.13 C.12 D.6

9. 已知 m, n 为两条不同的直线, α, β 为两个不同的平面, 则下列命题中正确的是 ()

- A. $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta \Rightarrow \alpha \parallel \beta$ B. $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta \Rightarrow m \parallel n$
C. $m \perp \alpha, m \perp n \Rightarrow n \parallel \alpha$ D. $m \parallel n, n \perp \alpha \Rightarrow m \perp \alpha$

10. 设 a, b 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 则下列四个命题 ()

- ①若 $a \perp b, a \perp \alpha$, 则 $b \parallel \alpha$ ②若 $a \parallel \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $a \perp \beta$
③若 $a \perp \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $a \parallel \alpha$ ④若 $a \perp b, a \perp \alpha, b \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

其中正确的命题的个数是 ()

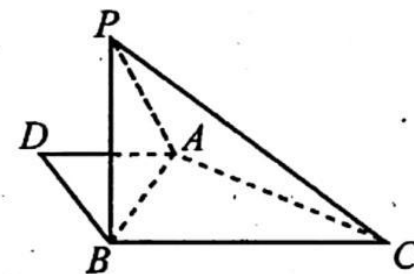
- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

11. 若直线 l 的斜率变化范围是 $[-1, \sqrt{3}]$, 则它的倾斜角 α 的变化范围是 ()

- A. $0^\circ \leq \alpha < 60^\circ$ B. $135^\circ \leq \alpha < 180^\circ$
C. $60^\circ \leq \alpha < 135^\circ$ D. $0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ 或 $135^\circ \leq \alpha < 180^\circ$

12. 如图, 平面四边形 $ABCD$ 中 $AB \perp BC, AB=\sqrt{3}, BC=2, \triangle ABD$ 为等边三角形, 现将 $\triangle ABD$ 沿 AB 翻折, 使 D 移动至点 P , 且 $PB \perp BC$, 则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为 ()

- A. 8π B. 6π
C. 4π D. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$



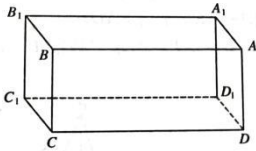
第 II 卷

二、 填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分)

13. 设过点 $A(2,3), B(1,3x)$ 的直线的倾斜角为钝角, 则 x 的取值范围是_____

14. 已知矩形 $ABCD$ 的顶点都在半径为 4 的球 O 的球面上, 且 $AB=6, BC=2\sqrt{3}$, 则棱锥 $O-ABCD$ 的体积为_____。

- 15.如图：在一个长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 A 处有一只蚂蚁，其沿着长方体的表面由 A 点爬到 C_1 点，其中 $AB=5,BC=4,AA_1=3$,则蚂蚁爬行的最短路程为_____
16. 点 p 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的对角线 BC_1 上运动，则给出四个结论
- ① 三棱锥 $A-D_1PC$ 的体积不变
② $A_1P \parallel$ 平面 ACD_1
- ③ $DP \perp B_1C$
④ 平面 $PDB_1 \perp$ 平面 ACD_1
- 其中所有正确的结论的序号是_____.



三、解答题（解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. (10 分) 已知直线 l_1 过点 $A(1,0),B(3,a-1)$ ，直线 l_2 过点 $M(1,2)$ ， $N(a+2,4)$.
- 若 $l_1 \parallel l_2$ ，求 a 的值；
 - 若 $l_1 \perp l_2$ ，求 a 的值.
18. (12 分) 已知直线 l_1, l_2, l_3 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3 ，其中 $l_1 \parallel l_2$ ，且 k_1, k_3 是方程 $2x^2-3x-2=0$ 的两根.
- 试判断 l_2, l_3 的位置关系；
 - 求 $k_1+k_2+k_3$ 的值.
19. (12 分) 如图 1，在直角梯形 $ABCD$ 中， $\angle ADC = 90^\circ, CD \parallel AB, AB = 4, AD = CD = 2$, 将 $\triangle ACD$ 沿 AC 折起，使平面 $ACD \perp$ 平面 ABC ，得到三棱锥 $D-ABC$ ，如图 2.
- 求证： $BC \perp$ 平面 ACD .
 - 求点 C 到平面 ABD 的距离.

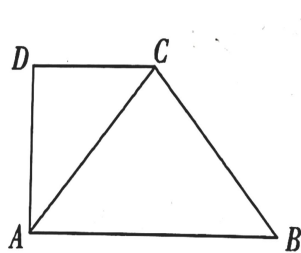


图 1

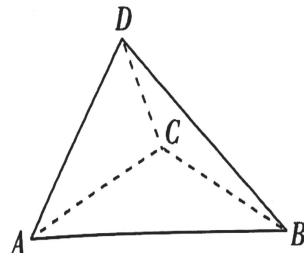
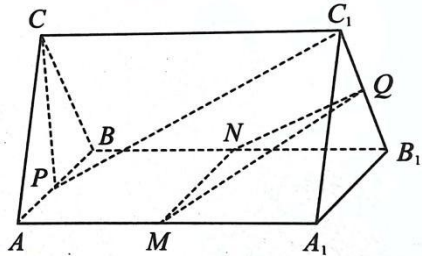
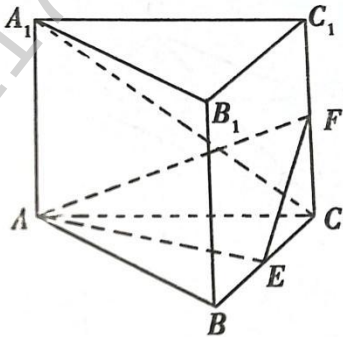


图 2

- 20.(12 分) 如图，已知在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $AA_1 \perp$ 平面 ABC ， $AC = BC, M, N, P, Q$ 分别是 AA_1, BB_1, AB, B_1C_1 的中点.
- 求证：平面 $PCC_1 \perp$ 平面 MNQ ；
 - 求证： $PC_1 \parallel$ 平面 MNQ .



- 21.(12 分) 如图直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是边长为 2 的正三角形， E, F 分别是 BC, CC_1 的中点.
- 证明：平面 $AEF \perp$ 平面 B_1BCC_1 ；
 - 若直线 A_1C 与平面 A_1ABB_1 所成的角为 45° ，求三棱锥 $F-AEC$ 的体积.



22. (12 分) 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 为菱形， E 为 CD 的中点.
- 求证： $BD \perp$ 平面 PAC ；
 - 若 $\angle ABC = 60^\circ$ ，求证：平面 $PAB \perp$ 平面 PAE ；
 - 棱 PB 上是否存在点 F , 使得 $CF \parallel$ 平面 PAE ? 说明理由

