黑龙江省实验中学2020--2021学年度上学期高三10月份阶段测试

数学学科试题(理)

考试时间120分钟　　总分150分　　命题人：李庆亮

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

1．复数z满足$z(1-i)=i$，则z的共轭复数的虚部是（　　）

A．$-\frac{1}{2}i$　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{2}i$　　D．$\frac{1}{2}$

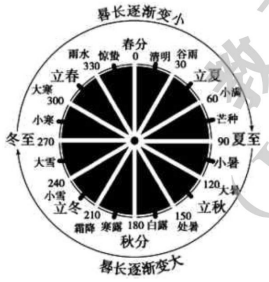
2．已知全集$U=\{-1,0,1,2,3,4\}$，集合$A=\{x\,|\,x\le 1,x\in N\}$，$B=\{1,3\}$，则$\complement_U(A\cup B)=$（　　）

A．$\{4\}$　　B．$\{2,4\}$　　C．$\{-1,2,4\}$　　D．$\{-1,0,2,4\}$

3．若复数z满足$z(-1+2i)=|1+3i|^2$（i为虚数单位），则复数z在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

4．我国古代的天文学和数学著作《周髀算经》中记载：一年有二十四个节气，每个节气晷（*gui*）长损益相同（晷是按照日影测定时刻的仪器，晷长即为所测量影子的长）．二十四个节气及晷长变化如图所示，相邻两个晷长的变化量相同，周而复始．若冬至晷长一丈四尺五寸，夏至晷长二尺五寸（一丈等于十尺，一尺等于十寸），则夏至之后的第三个节气（立秋）晷长是（　　）



A．五寸　　B．二尺五寸　　C．五尺五寸　　D．四尺五寸

5．已知平面向量$\vec{a}=(1,x)$，$\vec{b}=(4,2)$，若向量$2\vec{a}+\vec{b}$与向量$\vec{b}$垂直，则$x=$（　　）

A．-7　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{2}{5}$　　D．5

6．已知各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，$a_2=2$，$a_5=2a_4+3a_3$，则$a_6=$（　　）

A．2　　B．54　　C．162　　D．243

教育考试指南（ID：longkao1177）

7．设函数 $f(x)=\begin{cases}3x-b,(x<1)\\3^x\quad,(x\geq 1)\end{cases}$，若 $f(f(\frac{1}{2}))=9$，则实数 b 的值为（　　）

A．$-\frac{3}{2}$　　B．$-\frac{9}{8}$　　C．$-\frac{3}{4}$　　D．$-\frac{1}{2}$

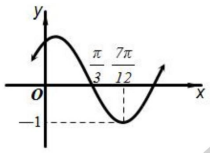
8．把函数 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 的图像向左平移 $\varphi(0<\varphi<\pi)$ 个单位可以得到函数的图像关于 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称，则 φ 的值为（　　）

A.$\frac{5\pi}{12}$　　B.$\frac{5\pi}{6}$　　C.$\frac{5\pi}{6}$ 或 $\frac{\pi}{6}$　　D.$\frac{5\pi}{12}$ 或 $\frac{11\pi}{12}$

9．设定义域为 R 的函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{|x-1|}(x\neq 1)\\1(x=1)\end{cases}$，若关于 x 的方程 $f^2(x)+bf(x)+c=0$ 有 5 个不同的实数解，则 $b+c$ 值为（　　）

A．-1　　B．1　　C．0　　D．不能确定

10. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（其中 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的图像如图，为了得到 $g(x)=\cos\omega x$ 图像，则只要将 $f(x)$ 的图像（　　）



A.向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 单位长度　　B.向右平移 $\frac{11\pi}{12}$ 单位长度

C.向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 单位长度　　D.向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 单位长度

11. 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 R，$f(x+1)$ 为偶函数，且对 $\forall x_1<x_2\leq 1$，满足 $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<0$，若 $f(4)=1$，则不等式 $f(\log_2 x)<1$ 的解集为（　　）

A．$(\frac{1}{4},16)$　　B．$(\frac{1}{2},16)$

C．$(0,\frac{1}{2})\cup(16,+\infty)$　　D．$(-\infty,-\frac{1}{4})\cup(16,+\infty)$

12．若函数 $f(x)=a\ln x+e^x+a$ 有两个零点，则实数 a 的取值范围为（　　）

A．$(-\infty,-e)$　　B．$(-\infty,-2e)$　　C．$(e,+\infty)$　　D．$(2e,+\infty)$

教育考试指南（ID：longkao1177）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13．若平面向量内单位向量$\vec{e}_1$，$\vec{e}_2$满足$|2\vec{e}_1+\vec{e}_2|=2$，则$\vec{e}_1$在$\vec{e}_2$上投影为_____.

14．已知函数$f(x)=\begin{cases}(1-2a)x+3a, x<1\\ 2^{x-1}, x\geq 1\end{cases}$的值域为 R，则实数 a 的取值范围_____.

15．已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+2\varphi)-2\sin\varphi\cos(\omega x+\varphi)$（$\omega>0,\varphi\in R$）在$(\pi,\frac{3\pi}{2})$上单调递减，则$\omega$的取值范围是_____.

16．在边长为1的正方形 $ABCD$ 中，M 为 BC 的中点，点 E 在线段 AB 上运动，则$\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{EM}$的最大值与最小值之和_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

17.（满分 10 分）记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$S_9=-a_5$.

（1）若$a_3=4$，求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若$a_1>0$，求使得$S_n\geq a_n$的n的取值范围.

18.（满分 12 分） 已知函数$f(x)=2\cos^2\frac{x}{2}+\sqrt{3}\sin x$

（1）已知$\tan\frac{x}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，求$f(x)$的值；

（2）当$f(\alpha)=\frac{11}{5}$，且$-\frac{2\pi}{3}<\alpha<\frac{\pi}{6}$，求$\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)$的值.

19.（满分 12 分）已知函数$f(x)=2\cos\omega x(\sqrt{3}\sin\omega x+\cos\omega x)-1$（$\omega>0$）图像上相邻近的对称中心和对称轴的距离为$\frac{\pi}{4}$.

（1）求ω的值及$f(x)$单调递增区间；

（2）当$-\frac{\pi}{2}\leq x\leq 0$时，求函数$f(x)$的最值.

教育考试指南（ID：longkao1177）

20.（满分 12 分）在ΔABC中，内角 A、B、C 的对边长分别为a、b、c，已知$\vec{m}=(b,1)$，$\vec{n}=(a-c\sin B,\cos C)$，并满足$\vec{m}//\vec{n}$.

（1）求角B；

（2）若$\cos C=\frac{\sqrt{2}}{10}$，$\Delta ABC$的面积为$S_{\Delta ABC}=14$，求$c$.

21.（满分 12 分）在ΔABC中，内角 A、B、C 的对边长分别为a、b、c，$(c-2a)\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=c\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CA}$.

（1）求角B；

（2）若ΔABC面积$S_{\Delta ABC}$的最大值为$\sqrt{3}$，求b的值.

22.（满分 12 分）已知函数$f(x)=mx^2+(x-1)e^x+1(m\in R)$.

（1）当$m\geq 0$时，讨论函数$f(x)$的单调性；

（2）证明：当$x\in\left(\frac{1}{3},1\right)$时，$f(x)>mx^2+x^3$.

教育考试指南（ID：longkao1177）